

## Kompleksiniai uždaviniai

**1.** Vandenyje, 5 m gylyje gulėjęs  $0,6 \text{ m}^3$  tūrio akmuo kranu tolygiai pakeliamas 3 m virš vandens. Akmens tankis  $2500 \text{ kg/m}^3$ , o vandens –  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Laisvojo kritimo pagreitis  $10 \text{ m/s}^2$ . Vandens pasipriešinimo akmens judėjimui nepaisykite.

1. Kokia akmens masė?
2. Kokia jėga akmuo keliamas vandenyje?
3. Kokia jėga akmuo keliamas virš vandens?
4. Koks darbas atliekamas akmenį keliant vandenyje?
5. Koks darbas atliekamas akmenį keliant virš vandens?
6. Per kiek laiko kranas, kurio variklio galia 45 kW, o naudingumo koeficientas 50 %, pakėlė akmenį?
7. Koku greičiu kranas akmenį kėlė vandenyje?
8. Koku greičiu kranas akmenį kėlė ore?
9. Kiek laiko akmuo buvo keliamas vandenyje?
10. Kiek laiko akmuo buvo keliamas ore?

**2.** Iš 10 m gylio šulinio tolygiai traukiamas 8 kg masės kibiras vandens. Laisvojo kritimo pagreitis  $10 \text{ m/s}^2$ .

1. Koks darbas atliekamas traukiant kibirą vandens, kai lyno, prie kurio pririštas kibiras, masė lygi 0?
2. Koks darbas atliekamas traukiant kibirą vandens, kai lyno, prie kurio pririštas kibiras, kiekvieno metro masė lygi 400 g?
3. Kokia per 20 s kibirą ištraukiančio žmogaus galia?
4. Koks paprastasis mechanizmas naudojamas semiant vandenį?
5. Ką teigia auksinė mechanikos taisyklė?
6. Kokį kelią įveikia rankeną sukdamas žmogaus ranka, esanti per 30 cm nuo sukimosi ašies? Veleno, ant kurio vyniojasi lynas, skersmuo lygus 20 cm.
7. Koks šio mechanizmo naudingumo koeficientas?

**3.** Du 100 g ir 300 g masės rutuliukai, pririšti prie 50 cm ilgio vertikalių siūlų, liečia vienas kitą. Laisvojo kritimo pagreitis  $10 \text{ m/s}^2$ .

1. Koks darbas atliekamas patraukiant pirmąjį rutuliuką (jo siūlą) į šoną  $90^\circ$  kampų?

2. Koku greičiu tada smogia paleistas rutuliukas į antrąjį rutuliuką?

3. Kokie rutuliukų greičiai po absoliučiai tampriojo susidūrimo?

4. Į kurią pusę juda pirmasis rutuliukas po susidūrimo?

5. Į kokią aukštį pakyla rutuliukai po susidūrimo?

**4.** Gumine šaudykle vertikaliai iššautas 100 g masės akmuo pakilo 20 m. Laisvojo kritimo pagreitis  $10 \text{ m/s}^2$ . Oro pasipriešinimo akmens judėjimui nepaisykite.

1. Kokia akmens sąveikos su Žeme potencialinė energija aukščiausiam pakilimo taške?

2. Koku greičiu buvo iššautas akmuo?

3. Koks šaudyklės gumos tamprumo koeficientas, jeigu ji buvo ištempta 20 cm?

4. Kokia didžiausia jėga reikėjo tempti šaudyklę?

5. Kokį darbą atliko berniukas, įtempdamas šaudyklę?

6. Kokį darbą atliko sunkio jėga (Žemė) akmeniui kylant aukštyn?

7. Kada kūnų sistema laikoma uždara?

8. Kas šiame uždavinyje sudaro uždara sistemą?

9. Kada uždarai sistemai negalioja mechaninės energijos tvermės dėsnis?

**5.** Vienoje nuožulniai padėto lovelio vietoje yra „mirties kilpa“, kuri sudaro 40 cm spindulio apskritimą. Šiuo loveliu rieda 400 g masės rutuliukas. Laisvojo kritimo pagreitis  $10 \text{ m/s}^2$ . Riedančio rutuliuko sukimosi nepaisykite.

1. Koku mažiausiu greičiu turi judėti rutuliukas viršutiniame kilpos taške, kad neatitrūktų nuo lovelio?

2. Kokiame mažiausiam aukštyje turi būti paleistas rutuliukas, kad neatitrūktų nuo lovelio?

3. Kokia jėga iš 1,2 m aukščio paleistas rutuliukas veikė lovelį viršutiniame kilpos taške?

4. Kaip vadinama ši jėga?

5. Kokiame aukštyje nuo lovelio kilpoje atitrūktų rutuliukas, paleistas iš 70 cm aukščio?

6. Kokia viršutiniame kilpos taške rutuliuką veikianti jėga vadinama įcentrine?

**6.** Prie labai lengvo strypo pritvirtinti du po 100 g ir vienas 200 g masės rutuliukai: pirmasis 1 m atstumu,

antrasis ir trečiasis – 0,5 m atstumu nuo horizontalios strypui statmenos ašies. Pradiniu momentu strypas yra horizontalioje padėtyje. Kiekvieno rutuliuko potencinė energija lygi nuliui. Laisvojo kritimo pagreitis  $10 \text{ m/s}^2$ . Trinties nepaisykite.

1. Kodėl ir į kurią pusę suksis paleistas strypas?
2. Palyginkite antrojo ir trečiojo rutuliukų greičius sukantis strypui.
3. Palyginkite pirmojo ir trečiojo rutuliukų greičius sukantis strypui.
4. Kokia trečiojo rutuliuko sąveikos su Žeme potencinė energija, kai strypas yra vertikalus?
5. Kokia antrojo rutuliuko sąveikos su Žeme potencinė energija, kai strypas yra vertikalus?
6. Kokia pirmojo rutuliuko sąveikos su Žeme potencinė energija, kai strypas yra vertikalus?
7. Apskaičiuokite trečiojo rutuliuko greitį, kai strypas yra vertikalus.
7. Ant žemės guli 200 kg masės, 20 m ilgio stulpas. Prie vieno jo galo pritvirtintas 30 kg masės skersinis. Darbininkai šį stulpą pastatė vertikaliai. Laisvojo kritimo pagreitis  $10 \text{ m/s}^2$ .
  1. Kokio dydžio skersinio įgyta potencinė energija?
  2. Kokio dydžio stulpo įgyta potencinė energija?
  3. Kokį darbą atliko darbininkai, pastatydami stulpą?
  4. Kokį darbą atliko Žemė statant stulpą?
8. Horizontaliu snieguotu 100 m ilgio keliu berniukas tolygiai tempia rogutes su mergaite. Virvė su judėjimo kryptimi sudaro  $30^\circ$  kampą. Bendra mergaitės ir rogučių masė 50 kg. Rogučių pavažų trinties į sniegą koeficientas 0,1. Laisvojo kritimo pagreitis  $10 \text{ m/s}^2$ .

1. Kokia mergaitės ir rogučių sunkio jėga?
2. Kam lygi berniuko poveikio jėga?
3. Kokio dydžio kelio reakcijos jėga?
4. Apskaičiuokite sniego trinties jėgą, veikiančią rogutes.
5. Apskaičiuokite sunkio jėgos darbą judant rogutėms.
6. Apskaičiuokite reakcijos jėgos darbą judant rogutėms.
7. Apskaičiuokite trinties jėgos darbą judant rogutėms.
8. Kokį darbą atliko berniukas, tempdamas rogutes?
9. Kam lygus visų jėgų atliktas darbas?
9. Į 3 m aukštį kilnojamoju skridiniu keliamas 100 kg masės krovinys. Laisvojo kritimo pagreitis  $10 \text{ m/s}^2$ .
  1. Kokio ilgio virvės, laikančios skridinį su krovinium, atkarpą darbininkas užtempia į viršų, keldamas krovinį?
  2. Koks keliamo krovinio svoris?
  3. Kokia jėga darbininkas traukia virvę, tolygiai keldamas krovinį, jei skridinys yra nesvarus?
  4. Koks naudingas darbas atliekamas keliant krovinį?
  5. Kokį darbą atliko darbininkas, keldamas krovinį?
  6. Kokį darbą turėtų atlikti darbininkas, keldamas krovinį, jei skridinio naudingumo koeficientas būtų 80 %?
  7. Kokia jėga tada turėtų tempti virvę darbininkas, keldamas krovinį šiuo skridiniu?

## 1.3. Tvermės dėsniai mechanikoje

### Kompleksiniai uždaviniai

1. Duota:  $h_1 = 5$  m,  $V = 0,6$  m<sup>3</sup>,  $h_2 = 3$  m,  
 $\rho_1 = 2500$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

- $m = \rho_1 V$ ;  $m = 1500$  kg.
- $F_1 = mg - F_A$ ;  $F_1 = 9$  kN.
- $F_2 = mg$ ;  $F_2 = 15$  kN.
- $A_1 = F_1 h_1$ ;  $A_1 = 45$  kJ.
- $A_2 = F_2 h_2$ ;  $A_2 = 45$  kJ.
- $N = 45$  kW,  $\eta = 0,5$ ;  $\eta = \frac{A_n}{A_v}$ ;  $A_n = A_1 + A_2$ ;  
 $A_v = Nt$ ;  $t = 4$  s.
- $\eta N = F_1 v_1$ ;  $v_1 = 2,5$  m/s.
- $\eta N = F_2 v_2$ ;  $v_2 = 1,5$  m/s.
- $t_1 = \frac{h_1}{v_1}$ ;  $t_1 = 2$  s.
- $t_2 = \frac{h_2}{v_2}$  arba  $t_2 = t - t_1$ ;  $t_2 = 2$  s.

2. Duota:  $h = 10$  m,  $v = \text{const}$ ,  $m = 8$  kg,  
 $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

- $A_1 = mgh$ ;  $A_1 = 800$  J.
- $m_L = 4$  kg.  $A_2 = A_1 + m_L g \frac{h}{2}$ ;  $A_2 = 1000$  J.
- $t = 20$  s.  $N = \frac{A_2}{t}$ ;  $N = 50$  W.
- Suktuvas.
- Kiek kartų paprastuoju mechanizmu laimime jėgos, tiek kartų pralaimime kelio.
- $R = 0,3$  m,  $d = 0,2$  m.  $s = \frac{2hR}{d}$ ;  $s = 30$  m.
- $\eta = \frac{A_n}{A_v}$ ;  $\eta = 80$  %.

3. Duota:  $m_1 = 0,1$  kg,  $m_2 = 0,3$  kg,  $l_1 = l_2 = 0,5$  m,  
 $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

1.  $\alpha = 90^\circ$ .  $A_1 = mgl_1$ ;  $A_1 = 0,5$  J.

2.  $E_p = E_k = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ ;  $v_1 = \sqrt{10}$  m/s  $\approx 3,16$  m/s.

3. Absoliučiai tampriam smūgiui taikome judesio kiekio ir energijos tvermės dėsnius:

$$m_1 v_1 = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_2; \quad \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v'^2_{1x}}{2} + \frac{m_2 v'^2_2}{2};$$

$$v'_{1x} = -\frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{m}{s} \approx -1,58 \frac{m}{s}; \quad v'_{1x} - \text{projekcija, nes}$$

nežinome, kuria kryptimi judės pirmasis rutulius po smūgio.  $v'_2 = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{m}{s} \approx 1,58 \frac{m}{s}$ .

4. Atgal, nes projekcija neigiama. Teigiama kryptimi laikėme greičio kryptį prieš smūgį.

5.  $\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g h_1$ ,  $\frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 g h_2$ ;  $h_1 = h_2 = 12,5$  cm.

4. Duota:  $m = 0,1$  kg,  $h = 20$  m,  $\mu = 0$ ,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

1.  $E_p = mgh$ ;  $E_p = 20$  J.

2.  $\frac{mv^2}{2} = mgh$ ;  $v = 20$  m/s.

3.  $x = 0,2$  m;  $E_p = \frac{kx^2}{2}$ ;  $k = 1$  kN/m.

4.  $F = kx$ ;  $F = 200$  N.

5.  $A = E_p$ ;  $A = 20$  J.

6.  $A_s = -mgh$ ;  $A_s = -20$  J.

7. Kai šių kūnų neveikia jokie kiti kūnai arba jų veikimas kompensuojasi.

8. Šaudyklė, akmuo ir Žemė.

9. Kai kūnai veikia vienas kitą trinties ir pasipriešinimo judėjimui dujose ir skysčiuose jėgomis.

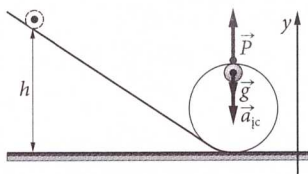


5. Duota:  $R = 0,4 \text{ m}$ ,  $m = 0,4 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1.  $a_{ic} = g = \frac{v^2}{R}$ ;  $v_{min} = 2 \text{ m/s}$ .

2. Energijos tvermės dėsnis:

$$mgh_{min} = mg2R + \frac{mv_{min}^2}{2}; h_{min} = 1 \text{ m (311 pav.)}$$



311 pav.

3.  $h = 1,2 \text{ m}$ .  $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$ ;

$$P = m(a_{ic} - g) = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

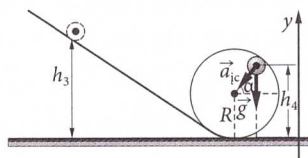
Energijos tvermės dėsnis:  $mgh = mg2R + \frac{mv^2}{2}$ ;

$$P = 4 \text{ N}$$

4. Išcentrinė.

5.  $h_3 = 0,7 \text{ m}$ ;  $mgh_3 = mgh_4 + \frac{mv_4^2}{2}$ ;  $a_{ic} = g \sin \alpha = \frac{v_4^2}{R}$ ;

$$\sin \alpha = \frac{h_4 - R}{R}; h_4 = \frac{2h_3 + R}{3}; h_4 = 0,6 \text{ m (312 pav.)}$$

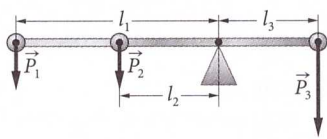


312 pav.

6. Sunkio ir lovelio reakcijos (tamprumo) jėgų atstojamoji.

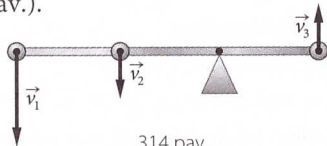
6. Duota:  $m_1 = m_2 = 0,1 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 0,2 \text{ kg}$ ,  $l_1 = 1 \text{ m}$ ,  $l_2 = l_3 = 0,5 \text{ m}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1. Prieš laikrodžio rodyklę, nes pirmojo ir antrojo rutuliukų svorio jėgų momentų suma didesnė už trečiojo rutuliuko svorio jėgos momentą (313 pav.):  $M_1 = P_1 l_1 + P_2 l_2$ ;  $M_2 = P_3 l_3$ ;  $M_1 > M_2$ .



313 pav.

2.  $v = \frac{2\pi R}{T}$ ;  $v_2 = v_3$ , nes  $R = l_2 = l_3$  ir  $T = T_2 = T_3$  (314 pav.).



314 pav.

3.  $\frac{v_1}{v_3} = \frac{l_1}{l_3}$ ;  $v_1 = 2v_3$ .

4.  $E_{p3} = m_3 g l_3$ ;  $E_{p3} = 1 \text{ J}$ .

5.  $E_{p2} = -m_2 g l_2$ ;  $E_{p2} = -0,5 \text{ J}$ .

6.  $E_{p1} = -m_1 g l_1$ ;  $E_{p1} = -1 \text{ J}$ .

7.  $E_{p1} + E_{k1} + E_{p2} + E_{k2} + E_{p3} + E_{k3} = 0$ ;  $v_3 \approx 1,3 \text{ m/s}$ .

7. Duota:  $m = 200 \text{ kg}$ ,  $l = h = 20 \text{ m}$ ,  $m_1 = 30 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1.  $E_{p1} = m_1 g h$ ;  $E_{p1} = 6 \text{ kJ}$ .

2.  $E_p = mg \frac{h}{2}$ ;  $E_p = 20 \text{ kJ}$ .

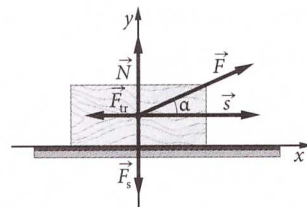
3.  $A = A_1 + A_2$ ;  $A = 26 \text{ kJ}$ .

4.  $A_2 = -A$ ;  $A_2 = -26 \text{ kJ}$ .

8. Duota:  $s = 100 \text{ m}$ ,  $v = \text{const}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $m = 50 \text{ kg}$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1.  $F_s = mg$ ;  $F_s = 500 \text{ N}$ .

2.  $\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{tr} + \vec{F}_s = 0$  (315 pav.);



315 pav.

$$x: F \cos \alpha - F_{tr} = 0; F_{tr} = \mu N;$$

$$y: F \sin \alpha + N - F_s = 0;$$

$$F = \frac{\mu F_s}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}; F \approx 54,6 \text{ N}$$

3.  $N = F_s - F \sin \alpha$ ;  $N \approx 473 \text{ N}$ .

4.  $F_{tr} \approx 47 \text{ N}$ .

5.  $A_s = 0$ , nes  $\vec{F}_s \perp \vec{s}$ .

6.  $A_r = 0$ , nes  $\vec{N} \perp \vec{s}$ .

7.  $A_{tr} = -F_{tr} s$ ;  $A_{tr} = -4,7 \text{ kJ}$ .

8.  $A_B = F s \cos \alpha$ ;  $A_B = 4,7 \text{ kJ}$ .

9.  $A = 0$ .

9. Duota:  $h = 3 \text{ m}$ ,  $m = 100 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1.  $s = 2h$ ;  $s = 6 \text{ m}$ .

2.  $P = mg$ ;  $P = 1000 \text{ N}$ .

3.  $F = \frac{P}{2}$ ;  $F = 500 \text{ N}$ .

4.  $A_n = Ph$ ;  $A_n = 3 \text{ kJ}$ .

5.  $A_d = Fs$ ;  $A_d = 3 \text{ kJ}$ .

6.  $\eta = 80 \%$ .  $\eta = \frac{A_n}{A_v}$ ;  $A_v = 3,75 \text{ kJ}$ .

7.  $A_v = F_v s$ ;  $F_v = 625 \text{ N}$ .